Programación lineal

1. Calcula los puntos en los que el valor de las funciones $F(x,y)=4x+3y$ y $G(x,y)=x+2y$ sometidas a las restricciones: $y \le x$; $x \le 4$; $y \ge 0$ son máximo y mínimo, respectivamente. Resolver el problema gráficamente. Luego comprobar la solución analíticamente (**Sol**: F y G tienen las mismas soluciones: Máx (4 ,4); Min (0, 0))

2. Calcula los puntos en los que el valor de las funciones $F(x,y)=x+y$ y $G(x,y)=4x+2y$ sometidas a las restricciones: $y-4 \le 0$; $y-x+1 \ge 0$; $y+2x-5 \le 0$; $x \ge 0$ son máximo y mínimo, respectivamente. Resolver el problema gráficamente. Luego comprobar la solución analíticamente (**Sol**: F y G tienen el mismo mínimo: Mín (0,–1), el máximo de F es Máx (1/2,=4); el de G es el segmento que une ese punto con (2,1))

3. Calcula el punto en el que el valor de la función $G(x,y)=-x+2y$ en la región definida por las siguientes condiciones: $5x-2y \le 4$; $x+y \ge 1$; $-3x-3y \le 2$; $x,y \ge 0$ es mínimo. Resolver el problema gráficamente. Luego comprobar la solución analíticamente (**Sol**: Mín (6/7,1/7))

4. Calcula los puntos en los que el valor de la función $M(x,y)=x+y$ en la región definida por las siguientes condiciones: $-2x+5y \le 10$; $2x+y \le 6$; $x+2y \ge 2$; $-x+3y \le 3$ son máximo y mínimo. Resolver el problema gráficamente. Luego comprobar la solución analíticamente (**Sol**: Mín (0,1); Máx(15/7,12/7))

5. Calcula el punto en el que el valor de la función $C(x,y)=9x+7y$ en la región definida por las siguientes condiciones: $10x+5y \le 50$; $6x+6y \le 36$; $\frac{9}{2}x+18y \le 81$ es máximo. Resolver el problema gráficamente. Luego comprobar la solución analíticamente
(**Sol**: Máx (4, y))

6. Se quiere preparar un compuesto vitamínico que al menos contenga 24 unidades de la vitamina P_1 y 25 unidades de vitamina P_2, Como no se pueden encontrar estas vitaminas en estado puro hay que hacerlo mediante la mezcla de dos productos A y B que contienen ambas vitaminas.

   En cada gramo del compuesto A hay 1 unidad de P_1 y 5 de P_2, mientras que, en la misma cantidad del B hay 4 de P_1 y 1 de P_2. El precio de cada gramo del compuesto A es de 1 €, mientras que el compuesto B cuesta 3 € por gramo.

   Calcular las cantidades de A y B que deben usarse para que el coste del compuesto sea el mínimo posible. (**Sol**: 4 gr de A y 5 gr de B)

7. El ingeniero agrónomo, después de analizar nuestras tierras ha dictaminado que necesitan un abono que debe tener como mínimo 15 unidades de fósforo (P) y otras 15 unidades de nitrógeno (N). En el almacén más cercano no disponen de ningún abono que se ajuste a estas características, pero podemos comprar dos que podremos mezclar para obtener las proporciones deseadas: el *Nitrón* que cuesta 1 €/kg y contiene, en cada kg, 1 unidad de P y 5 unidades de N; otro pienso, *Fosfatín,* sale a 3 €/kg y contiene, en cada kg, 5 unidades de P y 1 unidad de N.

   ¿Qué cantidades deben mezclarse de los dos piensos en la alimentación de los animales para cumplir los requerimientos mínimos de P y N a precio más barato?
   (**Sol**: 5/3 kg de Nitr*ón* y 5/3 kg de *Fosfatín*)

8. Una empresa fabrica dos productos que llamaremos A y B. Cada producto necesita diferente cantidad de la materia prima principal y de horas de trabajo. Así, el producto A consume 3 kg de materia prima y 1 hora de trabajo, mientras que para fabricar el B hacen falta 2 horas de trabajo y 1 kg de materia prima.

   La empresa dispone de 100 trabajadores que trabajan 8 horas al día y puede disponer de un suministro de 900 kg de materia prima diarios.

   La venta del cada producto A produce unos beneficios de 20 € mientras que los del producto B son de 30€.

   ¿Cuántos productos de cada tipo se deben fabricar para obtener un beneficio máximo?
   (**Sol**: 200 de A y 300 de B)

9. Una fábrica de tejidos tiene almacenados 3600 m de tela blanca, 2340 m de tela roja y 1500 de tela azul. Para distribuirla por diferentes empresas de confección las empaquetan de dos formas diferentes. En los paquetes grandes hay 30 m de tela blanca, 18 m de roja y 10 m de azul. En los paquetes pequeños hay 20 m de tela blanca, 25 m de tela roja y 10 m de tela azul.

   Los paquetes grandes los vende a 135 € mientras que los pequeños los vende a 110 €.

   ¿Cuántos paquetes de cada tipo debe hacer para maximizar sus ingresos?
   (**Sol**: 80 grandes y 60 pequeños)

10. Una fábrica de coches produce dos modelos: el *Básico* y el de *Lujo*. Los dos modelos pasan por las mismas secciones de montaje:

    Taller de motores: ambos modelos necesitan 4/3 de hora para instalar el motor.

    Taller de carrocería: la del modelo *Básico* se instala en media hora mientras que la del de *Lujo* cuesta 3 horas de montar.

    Taller de acabados: El modelo *Básico* necesita 8/7 horas mientras que el de *Lujo* necesita dos horas y media para el acabado final.

    a) Supongamos que el taller de acabados puede asumir todos los modelos que produzcan los otros dos talleres. ¿Cuál será la producción mensual de la fábrica que conduzca a hacer trabajar a los otros dos talleres a un ritmo de 200 horas de trabajo al día?
    b) ¿Es posible de asumir la producción obtenida en el apartado anterior si el taller de acabados sólo dispone de 200 horas de trabajo al día? ¿Por qué?
    c) Sabiendo que los tres talleres no disponen sino de 200 horas de trabajo al día a lo sumo, determinar gráficamente la producción factible de la fábrica?
    d) Si el beneficio obtenido por la venta de un modelo *Básico* es de 1200 € y la de un modelo de *Lujo* es de 1600 €, determinar cuál será la producción que conduzca al mayor beneficio.

    (**Sol**: a) Básico = 100, Lujo = 50; d) Básico = 129 y Lujo 21)