Vectores (1)

Para simplificar la notación designaremos los vectores por letras minúsculas en negrita.

1. Dados los vectores: **a** (1, 3, 4), **b** (1, 0, 1) y **c** (1, 2, 2).
   a) Comprobar que forman una base de R^3.
   b) Expresar el vector **d** (2, −1, 3) como combinación lineal de **a**, **b** y **c**.

2. Dados los vectores: **a** (1, −2, 3), **b** (1, 1, −1), **c** (1, 1, 0) y **d** (0, 0, 1).
   a) Comprobar que no forman una base de R^3
   b) Expresa, si es posible, el vector **d** como combinación lineal de **a**, **b** y **c**.

3. Dados los vectores: **a** (−1, 1, 2), **b** (1, −1, −1), **c** (0, 0, 1) y **d** (1, 0, 1).
   a) Comprobar que no forman una base de R^3
   b) Expresa, si es posible, el vector **d** como combinación lineal de **a**, **b** y **c**.

4. Dados los vectores **a** (1, 0, −2), **b** (−1, 1, −1).
   a) ¿Son linealmente independientes? ¿Por qué?
   b) ¿Forman una base de R^3? ¿Por qué?
   c) Calcular un vector **c** que cumpla que: 3·**a** + 2·**c** = 5·**b**.

5. Consideremos los vectores: **a** (2, −1, 2), **b** (0, 1, −1) y **c** (1, 0, −1/2).
   a) Comprueba que no son linealmente independientes.
   b) Halla los valores de *x*, *y*, *z* tales que: *x*·**a** + *y*·**b** + *z*·**c** = **0**.

6. Dados los vectores: **a** (0, 1, 2), **b** (2, 0, 1) y **c** (1, 2, 0).
   a) Comprueba que forman una base de R3.
   b) Averiguar las componentes en dicha base del vector **d** (−1, 2, −1).
   c) Expresar, si es posible, el vector **c** como combinación lineal de los vectores **a**, **b** y **c**.

7. Dados los vectores **a** (2, −1, 3), **b** (2, 1, -1) y **c** (1, 2, *k*).
   a) Hallar el módulo de los vectores **a** y **b** y el ángulo que forman ambos vectores.
   b) Encontrar el valor de *k* para que **a** y **c** formen un ángulo de 60º.

8. Dados los vectores **a** (2, 1, 0) y **b** (1, 1, −1).
   a) Hallar la proyección del **a** sobre el vector **b** y el ángulo que forman **a** y **b**.
   b) Hallar un vector no nulo, combinación lineal de **a** y **b** que sea ortogonal a **a**. ¿cuántos vectores hay que cumplan esta condición?

9. Sean **a** y **b** dos vectores que forman entre sí un ángulo de 30º y tienen ambos módulo 3.
   a) Calcular el módulo de **a** + **b** y el de **a** − **b**.
   b) ¿Qué ángulo forman los vectores **a** + **b y a** − **b**.

10. Dados los vectores **a** (−1, 1, 0) y **b** (1, −1, −1) y **c** = *k*·**a** − **b**.
    a) Hallar el valor de k para que a y c sean ortogonales.
    b) Hallar el ángulo que forman b y c cuando *k* = 2.

11. Dados los vectores **a** =3·**i** + **j**, **b** = **i** − 2·**j** + **k** hallar *x* e *y* tales que el vector **c** = *x*·**i** + *y*·**j** sea ortogonal a **b** y tenga el mimo módulo que **a**.

12. Dados los vectores **a** (0, *x*, *y*), **b** (−1, −2, 1) y **c** (0, −1, 1), calcula *x* y *y* para que **c** sea ortogonal a **a** y **b**, respectivamente.

13. Sean los vectores **a** (1, 0, 3) y **b** (−2, 1, 4). Determinar los vectores **c** que satisfagan simultáneamente las siguientes condiciones: i) **c** se puede expresar como combinación lineal de **a** y **b**; ii) **c** es ortogonal a **a**; iii) el módulo de **c** es 44.