

## Geometría (2)

---

1. Calcular el ángulo formado por las rectas:  $r : \begin{cases} 4x - 3y = 0 \\ z = -2 \end{cases}$  y  $s : \begin{cases} x = 3 + 3\lambda \\ y = 4 - 4\lambda \\ z = 3 - 5\lambda \end{cases}$ .
2. Halla el ángulo que forma el plano  $\pi_1 : 3x + 4y = 1$  con el plano  $\pi_2 : 3x + 4y - 5z = 0$ .
3. Calcular la distancia del origen de coordenadas a la recta  $r : x = y + 2 = \frac{2 - z}{2}$ .
4. De todas las rectas que pasan por el punto  $(-1, 2, 3)$  encontrar la que es perpendicular al plano de ecuación  $\pi : x - 3z = 0$ .
5. Dado el plano  $\pi : x - 2y + 2z = 4$ 
  - a) Determinar un plano paralelo a  $\pi$  cuya distancia a él sea 1.
  - b) ¿Contiene  $\pi$  alguna recta que corte al eje OX y al eje OY? Justificar la respuesta y, en caso afirmativo, hallar dicha recta.
6. Calcular la distancia del punto de coordenadas P  $(1, 1, 2)$  al plano que pasa por los puntos A  $(1, 1, 0)$ , B  $(1, 0, 1)$  y C  $(0, 1, 1)$ .
7. Calcular la distancia del punto de coordenadas P  $(3, 5, 0)$  a la recta que pasa por los puntos A  $(0, 1, 2)$  y B  $(0, 1, 1)$ .
8. Determinar una recta que sea paralela al plano  $\pi : x + y + z = 3$ , que corte a la recta de ecuaciones  $r_1 : \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$  y que también corte a la recta de ecuaciones  $r_2 : \begin{cases} y = 0 \\ z = 1 \end{cases}$ .
9. Calcular alguna recta que sea paralela al plano de ecuación  $r : x - 2y + z = 1$  y que también sea paralela al plano que pasa por los puntos de coordenadas A  $(2, 0, 1)$ , B  $(0, 2, 1)$  y C  $(1, -1, 0)$ .
10. Calcular alguna recta que sea paralela al plano de ecuación  $r : x + z = 2$  y corte perpendicularmente a la recta de ecuaciones  $s : \begin{cases} x + y = 0 \\ y + z = 2 \end{cases}$ .
11. Determinar un plano que, pasando por el origen de coordenadas, sea paralelo a la recta de ecuaciones  $r : \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 2 \end{cases}$  y también sea paralelo a la recta que pasa por los puntos de coordenadas A  $(1, 1, 0)$  y B  $(0, 1, 1)$ .
12. Calcular la ecuación del plano que pasa por los puntos de coordenadas A  $(1, 0, 0)$ , B  $(0, 1, 1)$  y C  $(1, 2, 0)$ . Determinar la distancia del punto  $(2, 1, 1)$  a dicho plano.
13. Determinar una recta que sea paralela al plano que pasa por los puntos de coordenadas A  $(1, 1, 0)$ , B  $(1, 0, 1)$ , y C  $(0, 1, 1)$ , que también sea paralela al plano de ecuación  $\pi : x + 2y + 3z = 0$ , y que no esté contenida en ninguno de estos planos.
14. Determinar un punto que diste dos unidades de la recta  $r : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ .
15. Determina el plano que pasa por el punto de coordenadas A  $(1, 2, 3)$  y por la recta de ecuaciones  $r : \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}$ .
16. Hallar la ecuación paramétrica y continua de la recta intersección de los planos  $\pi_1 : x + 2y - z = 2$  y  $\pi_2 : 2x + 3y - 5z = 3$ .
17. Determina la relación que debe existir entre  $a$  y  $b$  para que el punto P  $(0, a, b)$  esté en el plano determinado por los puntos A  $(1, 0, 0)$ , B  $(1, 1, 1)$  y C  $(0, 2, 1)$ .

18. Calcula el ángulo que forma el plano  $\pi : x + y + z = 0$  con la recta  $r : \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 1 \end{cases}$ .
19. Determina un plano que pasa por los puntos de coordenadas A (1, 0, 0), B (0, 1, 0) y sea paralelo a la recta  $r : \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$ .
20. Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte de los ejes coordenado con el plano  $\pi : 2x + 3y - 6z = 6$ .
21. a) ¿Cuál es la posición relativa de  $\pi : x - y + z = 2$  y  $r : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}$ ?  
 b) Calcula la distancia entre dicha recta y plano.
22. a) Determinar la recta que pasa por el punto A (1, 1, 1) y es perpendicular al plano  $\pi : x + y = 1$ .  
 b) Calcula el punto donde la recta obtenida corta al plano  $\pi$ .  
 c) ¿Cuál es la distancia del punto P al plano  $\pi$ ?
23. a) Determina el plano que pasa por el punto de coordenadas A (1, 1, 1) y corta perpendicularmente a la recta:  $r : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$   
 b) Calcula el punto donde se corta la recta y el plano.
24. Dadas  $r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y + z = 1 \end{cases}$  y  $s : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ ax + by = 0 \end{cases}$ , ¿Cuál es la relación entre  $a$  y  $b$  para  
 a) que  $r$  y  $s$  sean paralelas?  
 b) que  $r$  y  $s$  sean perpendiculares.?
25. a) Calcula el punto de corte del plano  $\pi : x + y = 0$  y la recta:  $r : \begin{cases} x = \lambda \\ y = -2 \\ z = 1 + \lambda \end{cases}$   
 b) Determine la recta  $s$  que está contenida en el plano  $\pi$  y sea perpendicular a  $r$ .
26. ¿Cuál es la ecuación del plano que contiene a las dos rectas siguientes:  
 $r : x - 1 = \frac{1 - y}{2} = z - 2$  y  $\frac{x + 1}{3} = \frac{2 - y}{3} = \frac{z + 2}{5}$ ?
27. Halla las coordenadas del punto simétrico P (1, 2, -2) respecto al plano de ecuación  $\pi : 3x + 2y + z - 7 = 0$ .
28. Dados los puntos A (1, 3, 1), B (1, 2, 4), C (2, 3, 6) y D (5, -2, 1), Hallar:  
 a) La ecuación del plano  $\pi$  que contiene los puntos A, B y C.  
 b) La ecuación de la recta  $r$  que pasa por D y es perpendicular al plano  $\pi$ .  
 c) Las coordenadas del punto P donde se cortan  $r$  y  $\pi$ .  
 d) La distancia de D a P.  
 e) El punto simétrico de D respecto del plano  $\pi$ .
29. a) Sean  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$  dos vectores unitarios del espacio tridimensional. Demuestra que el vector  $\mathbf{u} + \mathbf{v}$  biseca el ángulo entre  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$ .  
 b) Dados los puntos A (2, 5, 4), B (1, 3, 2) y C (5, 5, 6), halla la ecuación de la recta  $r$  que pasa por B y biseca el ángulo  $\widehat{ABC}$ .  
 c) Hallar el punto de corte de la recta  $r$  con la recta que pasa por A y C.
30. Halla la ecuación del plano cuyo punto más próximo al origen es P (-1, 2, 1).