Geometría (3)

1. Calcular la distancia del punto P (1, 1, 2) al plano que pasa por los siguientes puntos: A (1, 1, 0); B (1, 0, 1) y C (0, 1, 1).

2.- Calcular la distancia del punto P (3, 5, 0) a la recta que pasa por los siguientes puntos A (0, 1, 2) y B (0, 1, 1).

3. a) Determina la posición relativa del plano $\pi : x - y + z = 2$ y la recta de ecuaciones: $r : \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{-1}$

   b) Calcula la distancia entre dicha recta y plano.

4. Hallar la distancia entre los planos $\pi : 3x + y + z - 3 = 0$ y $\pi' : 3x + y - z - 8 = 0$.

5. Comprobar que la recta $r : \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-7}{-1}$ y el plano $\pi : x + 2y + 3z = 0$ son paralelos y hallar la distancia de la recta al plano.

6. Probar que las rectas $r : \begin{cases} y = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$ y $s : \begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$ se cruzan y hallar la mínima distancia entre ellas.

7. Hallar la ecuación del plano que sea perpendicular a la recta $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = 2z \end{cases}$ y diste $\sqrt{5}$ unidades del punto P (4, 3, 1).

8. Sean los puntos A (1, 0, 0), B (0, 1, 0) y C (0, 0, 1) respectivamente:

   a) Calcular el área del triángulo que forman los puntos A, B y C.

   b) Determinar el ángulo que forman los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$.

9. Determinar los puntos de corte del plano $\pi : 3x - 2y + z = 6$ con los ejes de coordenadas y calcular el área del triángulo que dichos puntos definen.

10. Calcula el área del triángulo cuyos vértices son los puntos del corte del plano $\pi : x + y + z = 1$ con los ejes coordenados.

11. Demostrar si los puntos A (0, 1, −2), B (1, 0, −5), C (1, 1, −4) y D(2, −1, −8) determinan un cuadrilátero (se entiende que plano). ¿Cuál es el área de dicho cuadrilátero?

12. Calcular el área del cuadrilátero cuyos vértices son los puntos de coordenadas: A (1, 0, 1), B (2, 0, 2), C (1, 2, 1), y D (3, 1, 3).

13. Hallar el volumen del tetraedro cuyos vértices son el punto V (1, 1, 1) y los puntos de corte del plano $\pi : 2x + 3y + z - 12 = 0$,con los ejes de coordenadas.

14. Obtener el volumen de la pirámide determinada por los puntos: A (1, 0, 0), B (1, 1, 0), C (1, 1, 1), y D (2, 1, 3).

15. Halla el punto P de la recta $r : \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 2 \end{cases}$ más cercano del origen de coordenadas.

16. Averigua la ecuación de la recta *s* que resulta al reflejar, respecto del plano $\pi : x + y + z = 1$, la recta $r : \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{2}$. ¿Cuál es el ángulo que forman entre si las dos rectas *r* y *s*.

17. Halla la ecuación del plano cuyo punto más próximo al origen es P (−1, 2, 1).

18. El plano $\pi : x + y + z = 4$ es el plano mediatriz de un segmento, uno de cuyos extremos es el punto A(1, 0, 0). Halla las coordenadas del otro extremo.

19. Sean los puntos A (2, 3, 0) y B (−2, 1, 4). Determinar:

a) Ecuación del plano π mediatriz del segmento AB.

b) El volumen del tetraedro formado por π y los tres planos coordenados.

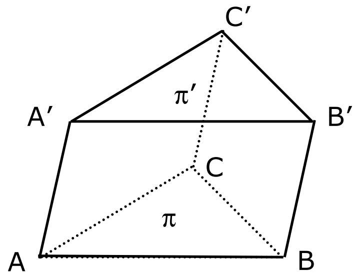
c) Ecuación de la recta perpendicular al plano π que pasa por el origen.

20. Sea el prisma triangular (sus bases son triángulos iguales y paralelos) de la figura, con vértices A (−1, 1, 0), B (1, 0, −1), C (0, 1, −1) y A′ (1,−1, α). Calcula:

a) La ecuación del plano π que pasa por los puntos A, B y C.

b) El valor de α para que el plano π', que contiene los puntos A′, B′ y C′, diste una unidad del plano π.

c) Para α = 1 el plano π ′ y el volumen del prisma.



21. Calcula los puntos de la recta $r : x + 1 = y - 1 = z$ que equidistan de los planos $\pi_1 : 3x + 4y = 1$ y $\pi_2 : 4x - 3z = 1$.

22. Dadas $r_1 : \dfrac{x - \alpha}{-2} = \dfrac{y + 1}{-1} = \dfrac{z + 1}{2}$ y $r_2 : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + z = 1 \end{cases}$, calcular:

a) El valor de α para que las rectas se corten. Determinar el punto de corte.

b) ¿Cómo son las dos rectas si α = 2? ¿Cuál es la distancia entre ambas si α = 2?

23. Se consideran la recta y los planos siguientes:

$$r : \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = 4 - \lambda \end{cases}; \quad \pi_1 : -3x + 2y - z = 2; \quad \pi_2 : 2x + 2y - 2z = -3$$

a) Determinar la posición relativa de la recta respecto a cada uno de los planos.

b) Determinar la posición relativa de los dos planos.

c) Calcular la distancia de *r* a π_2.

24. Dadas las rectas:

$$r : \begin{cases} x = \lambda \\ y = -\lambda \\ z = 2 + \lambda \end{cases} \quad \text{y} \quad s : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

a) Comprobar que se cruzan.

b) Encontrar la distancia entre dichas rectas.

25. Considera la recta y el plano siguientes:

$$r : \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 5}{-5} = \frac{z + 3}{4} \quad \text{y} \quad \pi : 2x + 4y + 4z = 5$$

a) Justifica por qué la recta *r* y el plano π son paralelos.

b) Calcula la distancia entre el plano π y la recta *r*.

c) Calcula la ecuación del plano π' que es perpendicular a π y contiene a *r*.