# Identidades trigonométricas (2) _____

**1.** Usar las fórmulas de las razones trigonométricas de la suma y resta de dos ángulos, las del ángulo doble y mitad, etc. para demostrar las siguientes identidades:

1) $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)+\operatorname{sen}(\alpha-\beta)=2\cdot\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\beta$

2) $\dfrac{\tan(\alpha+\beta)-\tan\alpha}{1+\tan(\alpha+\beta)\cdot\tan\alpha}=\tan\beta$

3) $\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)=-2\cdot\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta$

4) $\operatorname{cotan}(\alpha+\beta)=\dfrac{\operatorname{cotan}\alpha\cdot\operatorname{cotan}\beta-1}{\operatorname{cotan}\alpha+\operatorname{cotan}\beta}$

5) $\left(\operatorname{sen}\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta\right)^2+\left(\cos\alpha\cdot\cos\beta+\operatorname{sen}\alpha\cdot\operatorname{sen}\beta\right)^2=1$

6) $\cos 6\alpha=1-2\cdot\operatorname{sen}^2 3\alpha$

7) $\tan 4\alpha=\dfrac{\operatorname{sen}8\alpha}{1+\cos 8\alpha}$

8) $\operatorname{sen}3\alpha=3\cdot\operatorname{sen}\alpha-4\cdot\operatorname{sen}^3\alpha$

9) $\cos 4\alpha=8\cdot\cos^4\alpha-8\cdot\cos^2\alpha+1$

10) $1-\dfrac{1}{2}\cdot\operatorname{sen}2\alpha=\dfrac{\operatorname{sen}^3\alpha+\cos^3\alpha}{\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha}$

11) $\cos\alpha=\dfrac{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}$

12) $2\cdot\tan 2\alpha=\dfrac{\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha-\operatorname{sen}\alpha}-\dfrac{\cos\alpha-\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha}$

13) $\operatorname{sen}^4\alpha=\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{2}\cdot\cos 2\alpha+\dfrac{1}{8}\cdot\cos 4\alpha$

14) $\dfrac{\operatorname{sen}(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta}{1+\tan\alpha\cdot\tan\beta}$

15) $\dfrac{\tan(\alpha+\beta)}{\operatorname{cotan}(\alpha-\beta)}=\dfrac{\tan^2\alpha-\tan^2\beta}{1-\tan^2\alpha\cdot\tan^2\beta}$

16) $\tan\alpha\cdot\operatorname{sen}2\alpha=2\cdot\operatorname{sen}^2\alpha$

17) $\cos 2\alpha=\dfrac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}$

18) $\tan(\alpha+\beta+\gamma)=\dfrac{\tan\alpha+\tan\beta+\tan\gamma-\tan\alpha\cdot\tan\beta\cdot\tan\gamma}{1-\tan\alpha\cdot\tan\beta-\tan\beta\cdot\tan\gamma-\tan\alpha\cdot\tan\gamma}$

19) $\operatorname{cotan}\alpha\cdot\operatorname{sen}2\alpha=1+\cos 2\alpha$

20) $\dfrac{\operatorname{sen}^3\alpha-\cos^3\alpha}{\operatorname{sen}\alpha-\cos\alpha}=1+\dfrac{1}{2}\cdot\operatorname{sen}2\alpha$

21) $\dfrac{1+\cos 2\alpha}{\operatorname{sen}2\alpha}=\operatorname{cotan}\alpha$

22) $\cos 3\alpha=4\cdot\cos^3\alpha-3\cdot\cos\alpha$

23) $\dfrac{1-\operatorname{sen}2\alpha}{\cos 2\alpha}=\dfrac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}$

24) $\cos^4\alpha=\dfrac{3}{8}+\dfrac{1}{2}\cdot\cos 2\alpha+\dfrac{1}{8}\cdot\cos 4\alpha$

25) $\dfrac{2\cdot\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan^2\frac{\alpha}{2}}=\operatorname{sen}\alpha$

26) $\dfrac{\operatorname{sen}3\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}-\dfrac{\cos 3\alpha}{\cos\alpha}=2$

**2.** Si A, B y C son los tres ángulos de un triángulo, demuestra que se cumplen las siguientes identidades:

1) $\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B + \operatorname{sen} C = 4 \cdot \operatorname{sen}\frac{A}{2} \cdot \cos\frac{B}{2} \cdot \cos\frac{C}{2}$

2) $\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \cdot \operatorname{sen}\frac{A}{2} \cdot \operatorname{sen}\frac{B}{2} \cdot \operatorname{sen}\frac{C}{2}$

3) $\tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$

4) $\operatorname{sen}^2 A + \operatorname{sen}^2 B + \operatorname{sen}^2 c = 4 \cdot \cos\frac{A}{2} \cdot \cos\frac{B}{2} \cdot \cos\frac{C}{2}$

3. Usando las fórmulas de sumas de senos y cosenos, demostrar las siguientes identidades trigonométricas:

1) $\dfrac{\operatorname{sen} 4A + \operatorname{sen} 2A}{\cos 4A + \cos 2A} = \tan 3A$ 2) $\dfrac{\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A + \tan B} = \dfrac{\tan\frac{A-B}{2}}{\tan\frac{A+B}{2}}$

3) $\dfrac{\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} 3A}{\cos A + \cos 3A} = \tan 2A$ 4) $\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} 2A + \operatorname{sen} 3A = \operatorname{sen} 2A \cdot \left(1 + 2 \cdot \cos A\right)$

5) $\cos A + \cos 2A + \cos 3A = \cos 2A \cdot \left(1 + \cos 2A\right)$

6) $\operatorname{sen} 2A + \operatorname{sen} 4A + \operatorname{sen} 6A = 4 \cdot \cos A \cdot \cos 2A \cdot \cos 3A$

7) $\dfrac{\operatorname{sen} 3A + \operatorname{sen} 5A + \operatorname{sen} 7A + \operatorname{sen} 9A}{\cos 3A + \cos 5A + \cos 7A + \cos 9A} = \tan 6A$

8) $\cos^2 A \cdot \operatorname{sen}^3 A = \dfrac{1}{16} \cdot \left(2 \cdot \operatorname{sen} A + \operatorname{sen} 3A - \operatorname{sen} 5A\right)$

**4.** Encontrar los valores exactos del seno coseno y tangente de los siguientes ángulos:

1) 15º; 2) 75º ; 3) 255º; 4) 210º; 5) 105º ;

**5.** Demostrar que $\cos A = \operatorname{sen}\left(A + 30^\circ\right) + \cos\left(A + 30^\circ\right)$

**6.** Demostrar que $\tan 50^\circ - \tan 40^\circ = \tan 10^\circ$, sin usar la calculadora.

**7.** Demostrar las siguientes igualdades sin usar la calculadora:

1) $2 \cdot \operatorname{sen} 45^\circ \cdot \cos 15^\circ = \dfrac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{3} + 1\right)$ 2) $\cos 220^\circ + \cos 100^\circ + \cos 20^\circ = 0$

3) $\operatorname{sen} 40^\circ + \operatorname{sen} 20^\circ = \cos 10^\circ$ 4) $\operatorname{sen} 105^\circ + \operatorname{sen} 15^\circ = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

5) $\dfrac{\operatorname{sen} 75^\circ - \operatorname{sen} 15^\circ}{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 6) $\cos 130^\circ + \cos 110^\circ + \cos 10^\circ = 0$

7) $2 \cdot \operatorname{sen} 82^\circ 30' \cdot \cos 37^\circ 30' = \dfrac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$ 8) $2 \cdot \operatorname{sen} 127^\circ 30' \cdot \operatorname{sen} 97^\circ 30' = \dfrac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$